430201 Engineering Statics

(สถิตยศาสตร์วิศวกรรม)

รศ.ดร. สิทธิชัย แสงอาทิตย์

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา

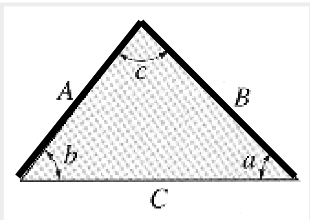
สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์

สรุปบทที่ 2/1: วิธีกราฟิก

- ปริมาณ scalar (ระยะทาง, มวล) และ vector (แรง, น้ำหนัก)
- การรวม vector ของแรงโดยวิธีกราฟฟิค

1. กำหนดขนาดและทิศทางของแรงย่อย ให้หาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์

2. กำหนดขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์และแรงย่อยมา ให้หาขนาดและทิศทางของแรงย่อย 1 แรง



Law of cosines: หา<u>ด้าน</u> 1 ด้าน เมื่อทราบด้าน 2 ด้านและมุม 1 มุม

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Law of sines:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

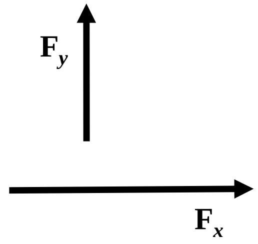
หา<u>ด้าน</u>จากมุม 2 มุมและด้าน 1 ด้านที่ทราบ

หา<u>มุม</u>จากมุม 1 มุมและด้าน 2 ด้านที่ทราบ

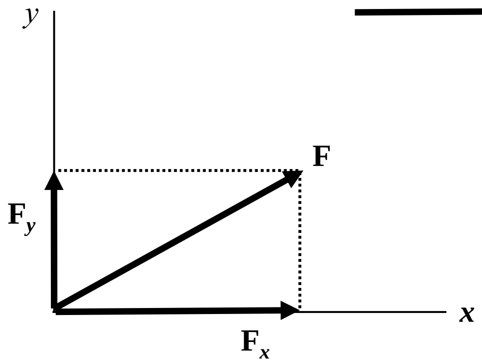
Start of the Lecture 3

2.4 การรวมแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$$



1. โดยใช้ parallelogram law

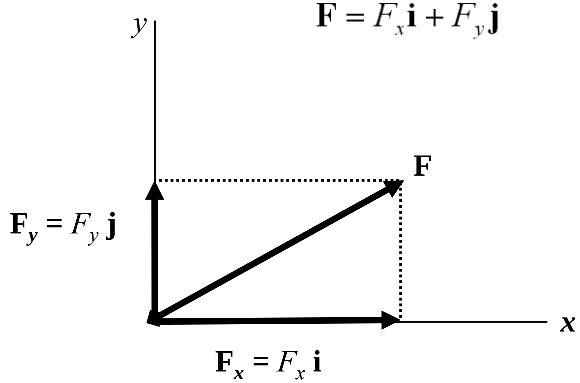


2. โดยใช้ **Cartesian vector notation**

unit vector คือ vector ที่มีขนาด 1 หน่วยและมีทิศทางเช่นเดียวกับ vector

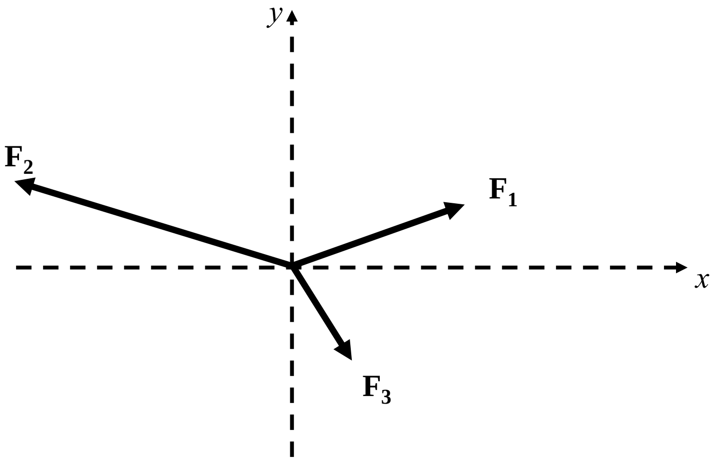
unit vector ในแนวแกน x คือ " **i** " และ unit vector ในแนวแกน y คือ " **j** "

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j}$$

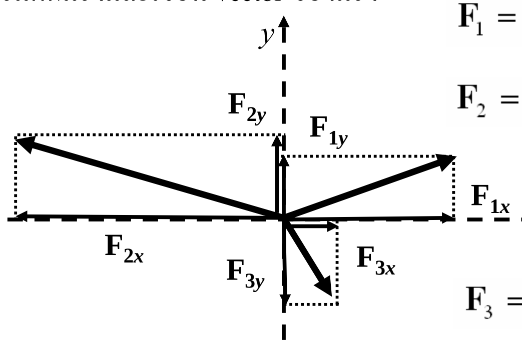


แรงลัพธ์ของแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน (Coplanar Force Resultants):

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$



1. ทำการแตกแรงและเขียน vector ของแรง



$$\mathbf{F}_1 = F_{1x}\mathbf{i} + F_{1y}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_2 = -F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_3 = F_{3x}\mathbf{i} - F_{3y}\mathbf{j}$$

2. ทำการหา vector แรงลัพธ์โดยการรวมองค์ประกอบของแรงในแนวแกน x และในแนวแกน y

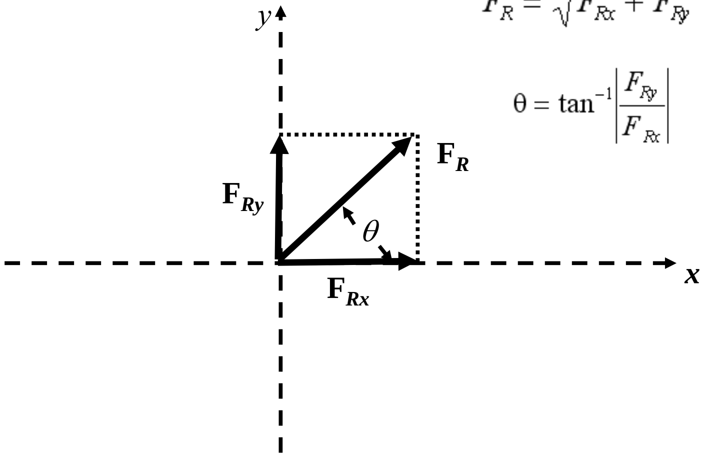
$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x})\mathbf{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y})\mathbf{j} \\ &= (F_{Rx})\mathbf{i} + (F_{Ry})\mathbf{j} \end{aligned}$$

3. หาขนาดและมุมของแรงลัพธ์

$$\mathbf{F}_R = (F_{Rx})\mathbf{i} + (F_{Ry})\mathbf{j}$$

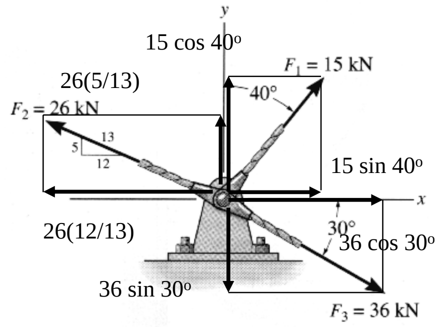
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$$



ตัวอย่างที่ 2-4

จงเขียน Cartesian vector ของแรง $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ และ $\mathbf{F}_3$ จากนั้น จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จากแกน $+x$



Cartesian vector ของแรง $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ และ $\mathbf{F}_3$

$$\begin{aligned} F_1 &= 15\sin 40^o\,\mathrm{i} + 15\cos 40^o\,\mathrm{j} \\ &= 9.64\mathrm{i} + 11.5\mathrm{j}\ \ \mathrm{kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= -(26)\frac{12}{13}\mathrm{i} + (26)\frac{5}{13}\mathrm{j} \\ &= -24\,\mathrm{i} + 10\,\mathrm{j}\ \ \mathrm{kN} \end{aligned}$$

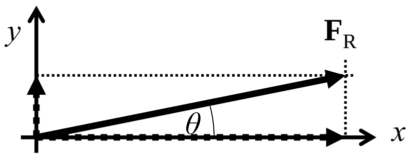
$$\begin{aligned} F_3 &= 36\cos 30^o\,\mathrm{i} - 36\sin 30^o\,\mathrm{j} \\ &= 31.2\,\mathrm{i} - 18\,\mathrm{j}\ \ \mathrm{kN} \end{aligned}$$

$$F_R = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F_1 = 9.64\ \mathrm{i} + 11.49\ \mathrm{j}\ \ \mathrm{kN}$$

$$F_2 = -24.0\ \mathrm{i} + 10.0\ \mathrm{j}\ \mathrm{kN}$$

$$F_3 = 31.18\ \mathrm{i} - 18.0\ \mathrm{j}\ \ \mathrm{kN}$$

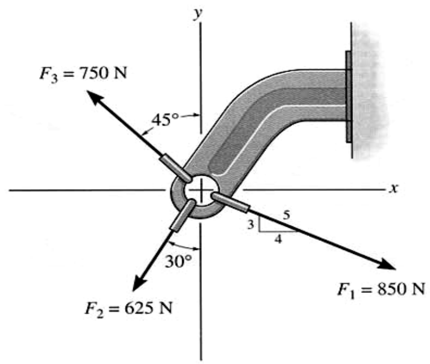


$$\boxed{F_R = 16.82\mathrm{i} + 3.491\mathrm{j}\ \mathrm{kN}}$$

$$F_R = \sqrt{(16.82)^2 + (3.491)^2} = 17.2\ \mathrm{kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3.491}{16.82}\right) = 11.7^o$$

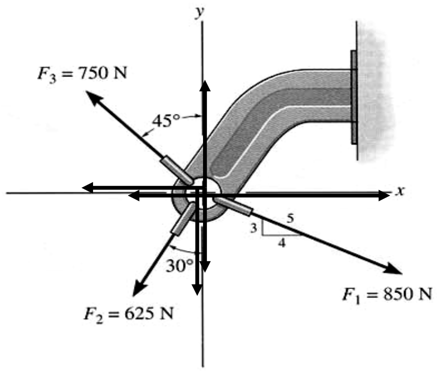
GROUP PROBLEM SOLVING



a) จงแตกแรงให้มีองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y

b) จงทำการรวมแรงในแต่ละแกนเพื่อหา vector ของแรงลัพธ์

c) จงหาขนาดของแรงและมุมของ vector ของแรงลัพธ์ที่กระทำกับแกน $+x$



ทำการแตกแรงต่างๆ ให้มีองค์ประกอบในแนวแกน x และแกน y

$\mathbf{F_1}$ = { (4/5) 850 **i** - (3/5) 850 **j** } N= { 680 **i** - 510 **j** } N

$\mathbf{F_2}$ = { -625 sin(30°) **i** - 625 cos(30°) **j** } N

= { -312.5 **i** - 541.3 **j** } N

$\mathbf{F_3}$ = { -750 sin(45°) **i** + 750 cos(45°) **j** } N

= { -530.3 **i** + 530.3 **j** } N

GROUP PROBLEM SOLVING (continued)

$\mathbf{F_1}$ = { 680 **i** - 510 **j** } N $\quad$ $\mathbf{F_3}$ = { -530.3 **i** + 530.3 **j** } N

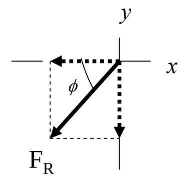
$\mathbf{F_2}$ = { -312.5 **i** - 541.3 **j** } N

ทำการรวมองค์ประกอบของแรงในแต่ละแกน

$\mathbf{F_R}$ = { (680 – 312.5 – 530.3) **i** + (-510 – 541.3 + 530.3) **j** }N

= { - 162.8 **i** - 521 **j** } N

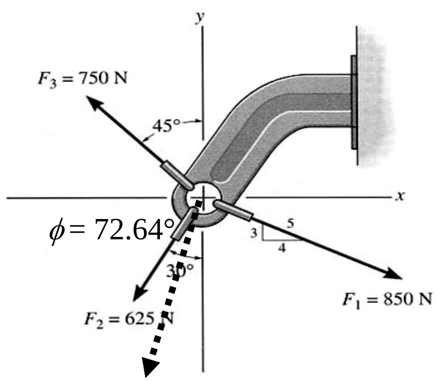
ทำการหาขนาดของแรงและมุมของ vector ของแรงลัพธ์



F_R = $((162.8)^2 + (521)^2)^{½}$ = 546 N

ϕ = $\tan^{-1}$(521/162.8) = 72.64° หรือ

เมื่อวัดจากแกน $+x$ มุม θ = 180 + 72.64 = 252.6 °

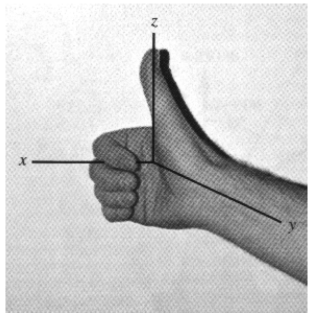


$\mathbf{F_R}$ = { - 162.8 **i** - 521 **j** } N

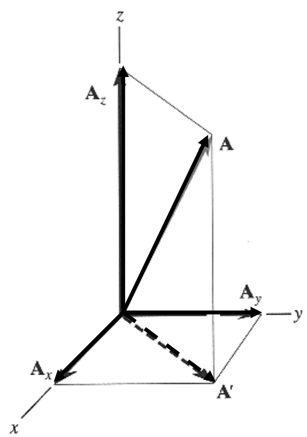
2.5 Cartesian Vector

Right-Handed Coordinate System

ในระบบแกนตั้งฉากสามมิติ vector ถูกหาได้โดยการรวมองค์ประกอบของ vector โดยใช้ parallelogram law



$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$

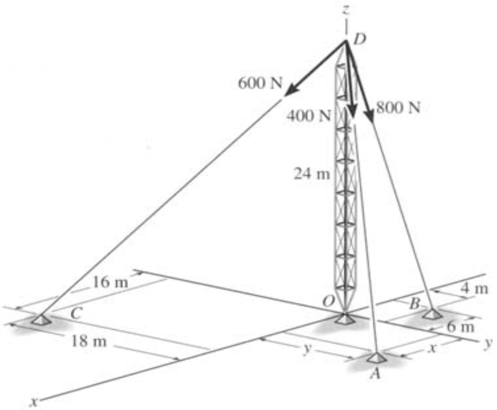


ตัวอย่างการประยุกต์ใช้การรวม Cartesian vector

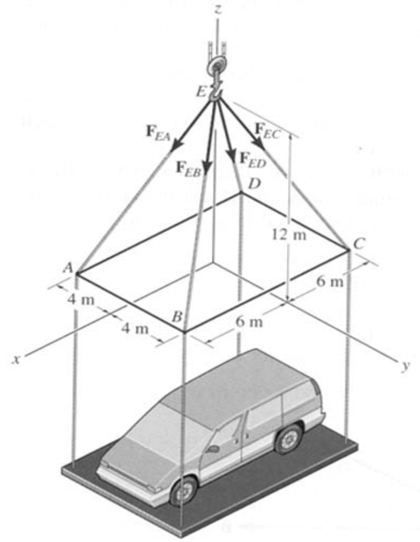
ในการออกแบบเสาส่งสัญญาณวิทยุ ดังรูป เราจะหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อเสาส่งที่เกิดจากแรงใน cable ที่กระทำที่จุด D ได้อย่างไร?

ขั้นตอนการคำนวณ

1. เขียน vector ของแรงทั้งสาม
2. รวม vector ของแรงทั้งสาม เพื่อหา vector ของแรงลัพธ์
3. หาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์
4. ออกแบบเสาส่ง



ตัวอย่างการประยุกต์ใช้ (ต่อ)

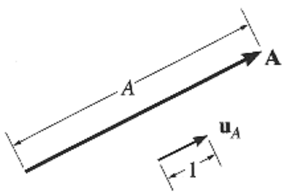


โดยส่วนใหญ่แล้ว ปัญหาทางวิศวกรรมเป็นปัญหาในสามมิติ

ในการออกแบบระบบขนย้ายรถยนต์ดังรูป เราจะต้องหาขนาดของ cable ดังนั้น เมื่อเราทราบ**แรงลัพธ์ใน cable ที่ยึดติดกับรอก**แล้ว เราจะหาขนาดของแรงใน cable แต่ละเส้น (แรง $\mathbf{F}_{EA}$, $\mathbf{F}_{EB}$, $\mathbf{F}_{EC}$ และ $\mathbf{F}_{ED}$) ได้อย่างไร?

Unit vector

- มีทิศทางเหมือน vector โดยมีขนาดยาว 1 หน่วยและไม่มีหน่วยวัด



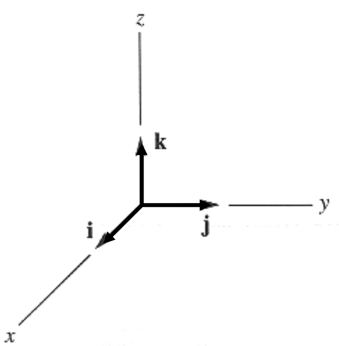
$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A}$$

$$\mathbf{A} = A\mathbf{u}_A$$

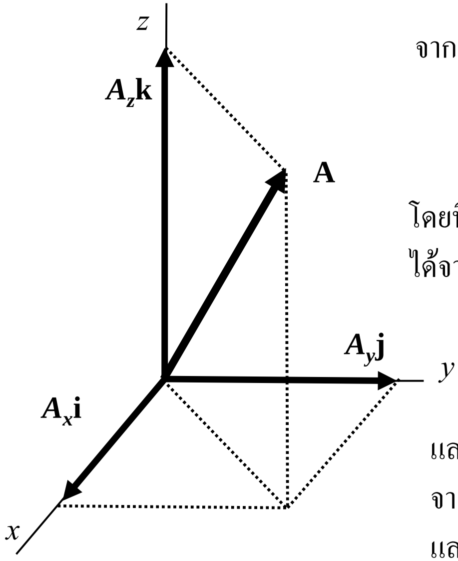
ขนาด

ทิศทาง

Cartesian unit vector



Cartesian vector:



จากรูป vector **A** เขียนได้ในรูป

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

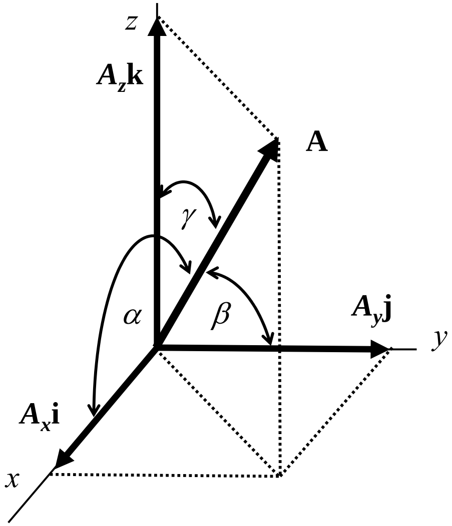
โดยที่ขนาดของ Cartesian vector จะหาได้จาก

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

และทิศทางของ Cartesian vector จะหาได้จาก **coordinate direction angle** α, β, และ γ

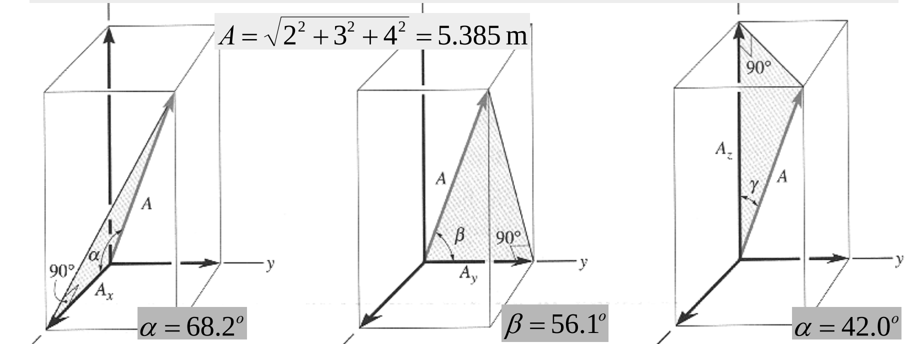
ทิศทางของ Cartesian vector:

เราใช้ **coordinate direction angle** α, β, และ γ บอกทิศทางของ vector **A**



ตัวอย่าง: ถ้า **A** = 2**i** + 3**j** + 4**k** m แล้ว coordinate direction angle α, β และ γ = ?

$A = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = 5.385\ \mathrm{m}$



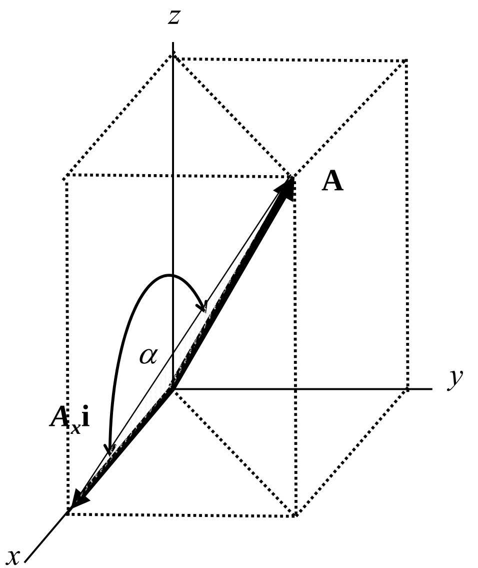
$\alpha = 68.2^o$ $\qquad$ $\beta = 56.1^o$ $\qquad$ $\alpha = 42.0^o$

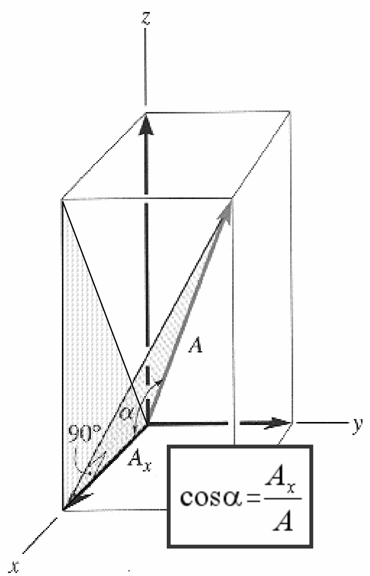
$\cos\alpha = \dfrac{2}{5.385} = 0.3714$ $\qquad$ $\cos\beta = \dfrac{3}{5.385} = 0.5571$ $\qquad$ $\cos\lambda = \dfrac{4}{5.385} = 0.7428$

direction cosine ของ vector **A** อยู่ในรูป

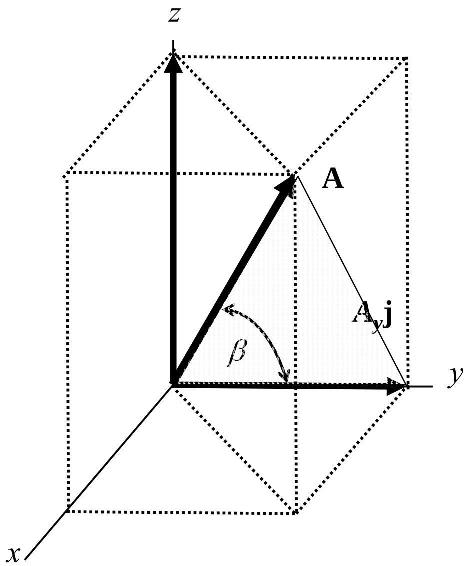
$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

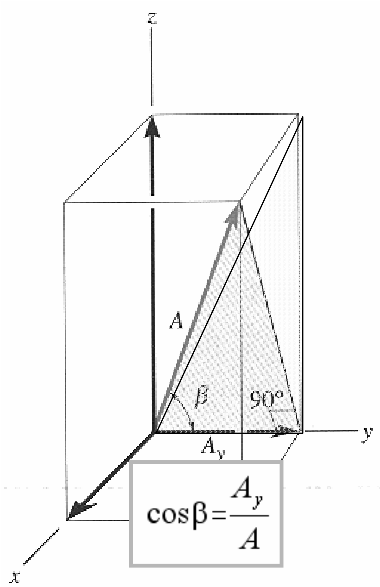
ตัวอย่าง: ถ้า **F** = -2**i** - 2**j** + 4**k** kN แล้ว α, β, และ γ = ?

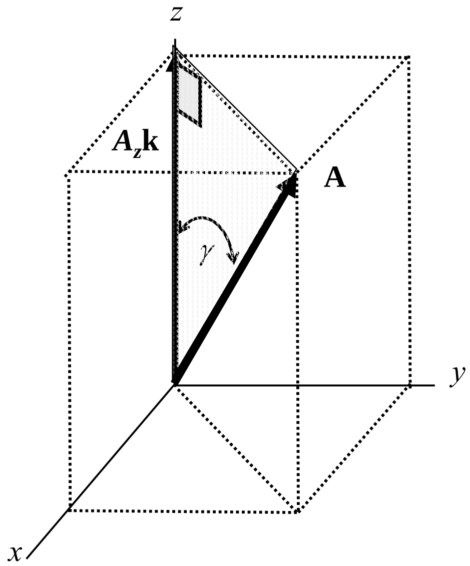


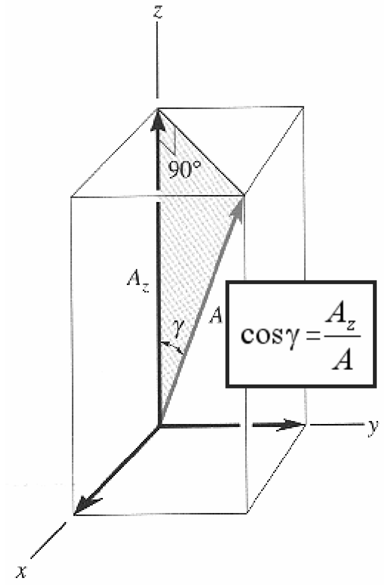


$$\boxed{\cos\alpha = \frac{A_x}{A}}$$









จาก direction cosine ของ vector **A**

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

เนื่องจาก unit vector ของ vector **A** อยู่ในรูป

$$\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k}$$

ดังนั้น

$$\mathbf{u}_A = \cos\alpha\ \mathbf{i} + \cos\beta\ \mathbf{j} + \cos\gamma\ \mathbf{k}$$

$\cos\alpha = 0.3714$

$\cos\beta = 0.5571$

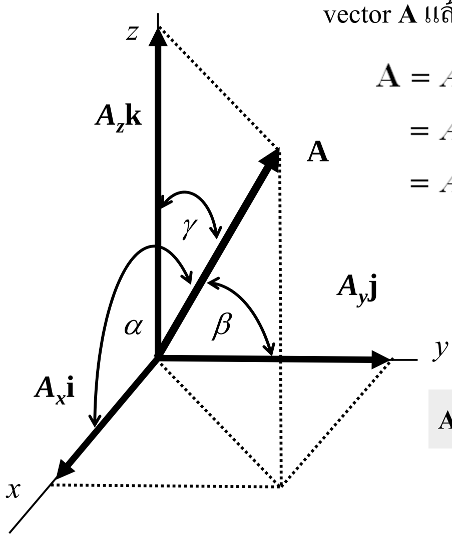
$\cos\lambda = 0.7428$

เนื่องจาก unit vector มีขนาดเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

มุมทั้งสามอยู่ระหว่าง 0º และ 180º

ในทางกลับกัน ถ้าเราทราบขนาดและ coordinate direction angle ของ vector **A** แล้ว เราจะเขียน vector A ได้ในรูป



$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= A\mathbf{u}_A \\ &= A\cos\alpha\ \mathbf{i} + A\cos\beta\ \mathbf{j} + A\cos\gamma\ \mathbf{k} \\ &= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

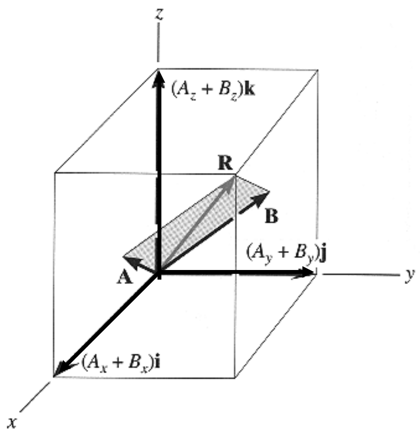
ตัวอย่าง: หากขนาด A = 5.385 m และ

ทิศ $\mathbf{u}_A$ = 0.3714**i** + 0.5571**j** + 0.7428**k**

A = 5.385(0.3714**i** + 0.5571**j** + 0.7428**k**)

= 2**i** + 3**j** + 4**k** m

2.6 การบวกและการลบ vector ในระบบแกนตั้งฉาก Cartesian



จากรูป ถ้าเราทราบว่า

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

ดังนั้น vector ลัพธ์ **R** เขียนได้ในรูป

$$\mathrm{R} = \mathrm{A} + \mathrm{B} = (A_x + B_x)\mathrm{i} + (A_y + B_y)\mathrm{j} + (A_z + B_z)\mathrm{k}$$

$$\mathrm{R} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = (A_x - B_x)\mathrm{i} + (A_y - B_y)\mathrm{j} + (A_z - B_z)\mathrm{k}$$

Note:

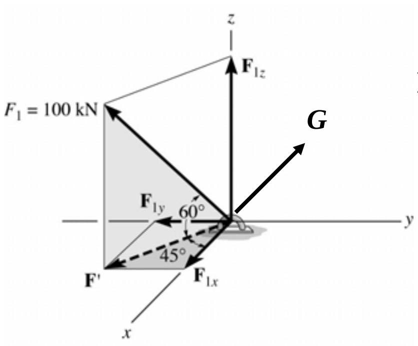
โดยปกติ ข้อมูลของ vector ใน 3 มิติมักถูกกำหนดมา 2 แบบคือ

1. ขนาดและ <u>coordinate direction angles</u> หรือ
2. ขนาดและ <u>projection angles</u>

เราต้องใช้ข้อมูลดังกล่าวมาเขียน vector ใน 3 มิติได้ โดยที่

1. ใช้สมการ
$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= A\mathbf{u}_A \\ &= A\cos\alpha\,\mathbf{i} + A\cos\beta\,\mathbf{j} + A\cos\gamma\,\mathbf{k} \\ &= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

2. ใช้การแตก vector เป็น sine และ cosine



(b)

EXAMPLE

กำหนดให้: แรง $\mathbf{F}_1$ และแรง **G** กระทำต่อขอเกี่ยว (hook) โดยที่แรง $\mathbf{F}_1$ กระทำเป็นมุม 60° กับระนาบ *x*-*y* และแรง **G** มีขนาด 80 N และมีมุม $\alpha = 111°$ และ $\beta = 69.3°$.

จงหา: แรงลัพธ์ของ "แรง $\mathbf{F}_1$ และแรง **G**" ในรูป Cartesian vector

ขั้นตอนการคำนวณ:

1) จากข้อมูลที่โจทย์ให้มา เขียนแรง $\mathbf{F}_1$ และแรง **G** ให้อยู่ในรูป Cartesian vector

2) ทำการรวม vector ทั้งสอง

ทำการเขียนแรง $\mathbf{F}_1$

แตก $\mathbf{F}_1$ เข้าแกน *z* และระนาบ *x*-*y*

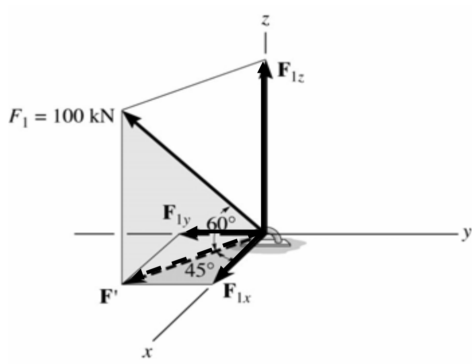
$F_{1z} = 100 \sin 60° = 86.60$ N

$F' = 100 \cos 60° = 50.00$ N

แตก **F′** เข้าแกน *x* และ *y*

$F_{1x} = 50 \cos 45° = 35.36$ N

$F_{1y} = 50 \sin 45° = 35.36$ N



(b)

ดังนั้น

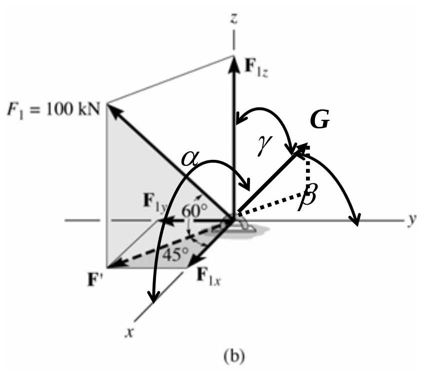
$\mathbf{F} = \{35.36\,\mathbf{i} - 35.36\,\mathbf{j} + 86.60\,\mathbf{k}\}$ N

ทำการเขียนแรง G

จากสมการ $\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$ และแรง **G** มีมุม $\alpha = 111°$ และ $\beta = 69.3°$ ดังนั้น

$$\cos^2(111°) + \cos^2(69.3°) + \cos^2(\gamma) = 1$$

$$\gamma = 30.22° \text{ or } 120.2°$$



(b)

แรง **G** มีขนาด 80 N และมีมุม $\alpha = 111°$ $\beta = 69.3°$ และ $\gamma = 30.22°$ ดังนั้น

$$\mathbf{G} = \{80\,(\cos(111°)\,\mathbf{i} + \cos(69.3°)\,\mathbf{j} + \cos(30.22°)\,\mathbf{k})\}\ \text{N}$$

$$= \{-28.67\,\mathbf{i} + 28.28\,\mathbf{j} + 69.13\,\mathbf{k}\}\ \text{N}$$

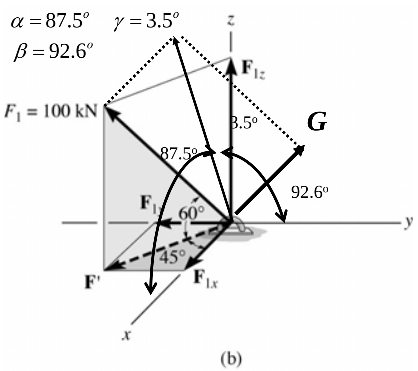
จาก $\mathbf{F} = \{35.36\,\mathbf{i} - 35.36\,\mathbf{j} + 86.60\,\mathbf{k}\}$ N ดังนั้น

แรงลัพธ์ของแรง $\mathbf{F}_1$ และแรง **G** ในรูป Cartesian vector

$$\mathbf{R} = \{6.69\,\mathbf{i} - 7.08\,\mathbf{j} + 155.73\,\mathbf{k}\}\ \text{N} \qquad R = 156.03\ \text{N}$$

Coordinate direction angle ของแรงลัพธ์มีค่าเท่าใด?

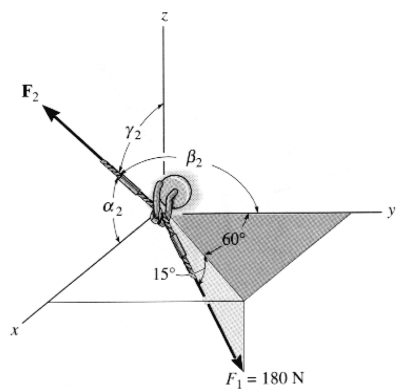
$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} = 0.0429 \quad \alpha = 87.5^o \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} = -0.0454 \quad \beta = 92.6^o \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A} = 0.9981 \quad \gamma = 3.5^o$$



(b)

ตัวอย่างที่ 2-5

จงหาขนาดและ coordinate direction angle ของ "แรงย่อย $\mathbf{F}_2$" <u>เพื่อทำให้แรงลัพธ์ของแรง $\mathbf{F}_1$ และ $\mathbf{F}_2$ มีค่าเท่ากับศูนย์</u>

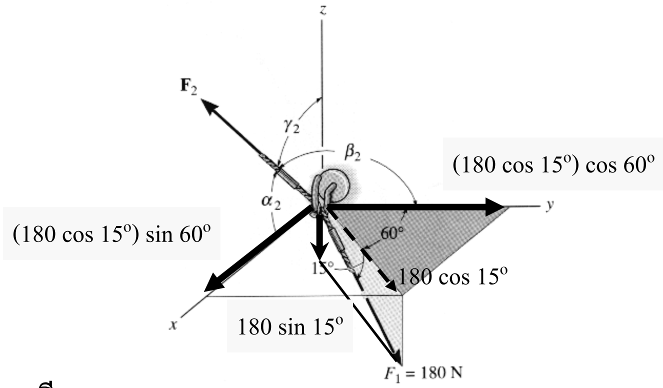


จากโจทย์

$$\mathbf{F}_R = F_{Rx}\mathbf{i} + F_{Ry}\mathbf{j} + F_{Rz}\mathbf{k}$$
$$= 0\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}$$

ทำการเขียนแรง $\mathbf{F}_1$

$$F_1 = \left(180\cos 15^o\right)\sin 60^o\,\mathrm{i} + \left(180\cos 15^o\right)\cos 60^o\,\mathrm{j} - 180\sin 15^o\,\mathrm{k}$$
$$= 150.57\mathrm{i} + 86.93\mathrm{j} - 46.59\mathrm{k}$$



ทำการเขียนแรง $\mathbf{F}_2$

$$F_2 = F_2\cos\alpha_2\mathrm{i} + F_2\cos\beta_2\,\mathrm{j} + F_2\cos\gamma_2\mathrm{k}$$

$$F_1 = 150.57\mathrm{i} + 86.93\mathrm{j} - 46.59\mathrm{k}$$
$$F_2 = F_2\cos\alpha_2\mathrm{i} + F_2\cos\beta_2\,\mathrm{j} + F_2\cos\gamma_2\mathrm{k}$$

และแรงลัพธ์ของแรง $\mathbf{F}_1$ และ $\mathbf{F}_2$ มีค่า = ศูนย์

ขนาดขององค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวแกน *x*

$$0 = 150.57 + F_2\cos\alpha_2$$
$$F_2\cos\alpha_2 = -150.57$$

ขนาดขององค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวแกน *y*

$$0 = 86.93 + F_2\cos\beta_2$$
$$F_2\cos\beta_2 = -86.93$$

ขนาดขององค์ประกอบของแรงลัพธ์ในแนวแกน *z*

$$0 = -46.59 + F_2\cos\gamma_2$$
$$F_2\cos\gamma_2 = 46.59$$

ขนาดของแรง $\mathbf{F}_2$ หาได้จากสมการ

$$F_2 = \sqrt{(-150.57)^2 + (-86.93)^2 + (46.59)^2} = 180\ \mathrm{N}$$

Coordinate direction angle ของแรง $\mathbf{F}_2$

$$F_2\cos\alpha_2 = 180\cos\alpha_2 = -150.57$$
$$\cos\alpha_2 = -\frac{150.57}{180}$$
$$\alpha_2 = \cos^{-1}\left(-\frac{150.57}{180}\right)$$

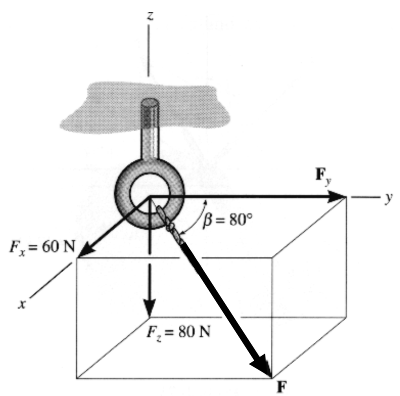
$$F_2\cos\beta_2 = 86.93$$
$$F_2\cos\gamma_2 = 46.59$$

$$\alpha_2 = 147^o$$
$$\beta_2 = 119^o$$
$$\gamma_2 = 75.0^o$$

ตัวอย่างที่ 2-6

$\mathbf{F} = 60\mathbf{i} + F\cos 80^o\mathbf{j} - 80\mathbf{k}$ N

จากรูป จงหาขนาดของ vector ของแรงดึงในเส้นเชือก **F**



จากรูป $F_x = 60$ N, $F_z = 80$ N และ

$$F_y = F\cos 80^o$$

ขนาดของแรง **F** อยู่ในรูป

$$F = \sqrt{(60)^2 + F_y^2 + (-80)^2}$$

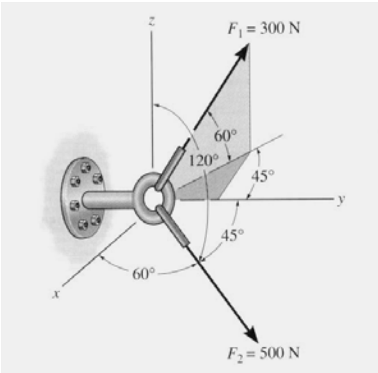
ดังนั้น เมื่อจัดเทอมใหม่

$$F_y^2 = \left[(60)^2 + F_y^2 + (-80)^2\right]\cos^2 80^o$$
$$F_y = 17.63\ \mathrm{N}$$

และขนาดของแรงดึงในเส้นเชือก

$$F = \sqrt{(60)^2 + (17.63)^2 + (-80)^2} = 102\ \mathrm{N}$$

GROUP PROBLEM SOLVING



กำหนดให้: ขอยึด screw eye ถูกกระทำ โดยแรงย่อย 2 แรง ดังรูป

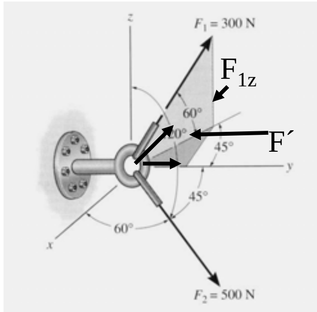
จงหา: ขนาดและ coordinate direction angles ของแรงลัพธ์

ขั้นตอนการคำนวณ

1) เขียน vector ของแรง $\mathbf{F_1}$ และ $\mathbf{F_2}$

2) ทำการรวม $\mathbf{F_1}$ และ $\mathbf{F_2}$ เพื่อหา $\mathbf{F_R}$

3) หาขนาดของแรงลัพธ์และมุม α, β, γ



ทำการแตก vector $\mathbf{F_1}$

F_{1z} = 300 sin 60° = 259.8 N

F' = 300 cos 60° = 150.0 N

ทำการแตก vector F'

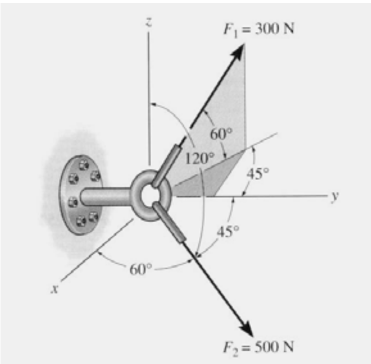
F_{1x} = -150 sin 45° = -106.1 N

F_{1y} = 150 cos 45° = 106.1 N

ดังนั้น vector ของแรง $\mathbf{F_1}$ จะอยู่ในรูป

$\mathbf{F_1}$ = {-106.1 **i** + 106.1 **j** + 259.8 **k** } N

$\mathbf{F_1}$ = {-106.1 **i** + 106.1 **j** + 259.8 **k** } N



แรง $\mathbf{F_2}$ ถูกเขียนในรูป Cartesian vector ได้เป็น

$\mathbf{F_2}$ = 500{ cos 60° **i** + cos 45° **j** + cos 120° **k** } N

= { 250 **i** + 353.6 **j** – 250 **k** } N

$\mathbf{F_R} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$

= { 143.9 **i** + 459.6 **j** + 9.81 **k** } N

F_R = $(143.9^2 + 459.6^2 + 9.81^2)^{½}$ = 481.7 = 482 N

$\alpha = \cos^{-1} (F_{Rx} / F_R) = \cos^{-1} (143.9/481.7) = 72.6°$

$\beta = \cos^{-1} (F_{Ry} / F_R) = \cos^{-1} (459.6/481.7) = 17.4°$

$\gamma = \cos^{-1} (F_{Rz} / F_R) = \cos^{-1} (9.81/481.7) = 88.8°$

End of the Lecture 3